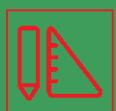




教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学2 | 必修第二册 BS

主 编 肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社



CONTENTS

全品智能作业·数学 BS

01

第一章 三角函数

§ 1 周期变化	001
§ 2 任意角	003
2.1 角的概念推广	003
2.2 象限角及其表示	003
§ 3 弧度制	005
3.1 弧度概念	005
3.2 弧度与角度的换算	005
§ 4 正弦函数和余弦函数的概念及其性质	007
4.1 单位圆与任意角的正弦函数、余弦函数定义	007
4.2 单位圆与正弦函数、余弦函数的基本性质	009
4.3 诱导公式与对称	011
4.4 诱导公式与旋转	013
§ 5 正弦函数、余弦函数的图象与性质再认识	015
5.1 正弦函数的图象与性质再认识	015
5.2 余弦函数的图象与性质再认识	017
♥ 阶段滚动练(一) [范围: § 1~§ 5]	019
§ 6 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的性质与图象	021
6.1 探究 ω 对 $y=\sin \omega x$ 的图象的影响	021
6.2 探究 φ 对 $y=\sin(x+\varphi)$ 的图象的影响	021
6.3 探究 A 对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象的影响	021
第 1 课时 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象 / 021	第 2 课时 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的性质 / 024
§ 7 正切函数	027
7.1 正切函数的定义	027
7.2 正切函数的诱导公式	027
7.3 正切函数的图象与性质	029
§ 8 三角函数的简单应用	031
♥ 阶段滚动练(二) [范围: § 6~§ 8]	034
♥ 热点题型探究(一)	036
• 题型 1 三角函数式的化简 / 036	• 题型 2 三角函数式的求值 / 036
• 题型 3 三角函数的图象与性质的应用 / 036	• 题型 4 三角函数的图象变换与解析式的求法 / 037
• 题型 5 三角函数模型的应用 / 038	

02

第二章 平面向量及其应用

§ 1 从位移、速度、力到向量	040
1.1 位移、速度、力与向量的概念	040
1.2 向量的基本关系	040
§ 2 从位移的合成到向量的加减法	042
2.1 向量的加法	042
2.2 向量的减法	044

§ 3 从速度的倍数到向量的数乘	046
3.1 向量的数乘运算	046
3.2 向量的数乘与向量共线的关系	048
§ 4 平面向量基本定理及坐标表示	050
4.1 平面向量基本定理	050
4.2 平面向量及运算的坐标表示	052
♥ 阶段滚动练 (三) [范围: § 1~ § 4]	054
§ 5 从力的做功到向量的数量积	056
5.1 向量的数量积	056
5.2 向量数量积的坐标表示	058
5.3 利用数量积计算长度与角度	058
♥ 阶段滚动练 (四) [范围: § 3~ § 5]	060
§ 6 平面向量的应用	062
6.1 余弦定理与正弦定理	062
第 1 课时 余弦定理 / 062	第 2 课时 正弦定理 / 064
第 3 课时 用余弦定理、正弦定理解三角形 / 066	第 4 课时 解三角形的实际应用举例 / 068
6.2 平面向量在几何、物理中的应用举例	070
♥ 阶段滚动练 (五) [范围: § 6]	072
♥ 热点题型探究 (二)	074
• 题型 1 平面向量的运算 / 074	• 题型 2 平面向量基本定理 / 074
• 题型 3 平面向量的坐标表示 / 075	• 题型 4 有关三角形四心问题 / 075
• 题型 5 判断三角形形状 / 076	• 题型 6 三角形中的最值问题 / 076
• 题型 7 余弦定理、正弦定理的实际应用 / 077	

04

第四章 三角恒等变换

§ 1 同角三角函数的基本关系	078
1.1 基本关系式	078
1.2 由一个三角函数值求其他三角函数值	078
1.3 综合应用	078
§ 2 两角和与差的三角函数公式	080
2.1 两角和与差的余弦公式及其应用	080
2.2 两角和与差的正弦、正切公式及其应用	082
2.3 三角函数的叠加及其应用	084
2.4 积化和差与和差化积公式	086
§ 3 二倍角的三角函数公式	088
3.1 二倍角公式	088
3.2 半角公式	090
♥ 阶段滚动练 (六) [范围: § 1~ § 3]	092
♥ 热点题型探究 (三)	094
• 题型 1 同角三角函数基本关系式的应用 / 094	• 题型 2 三角函数公式的应用 / 094
• 题型 3 三角函数求值 / 095	• 题型 4 三角恒等变换的综合应用 / 096

05

第五章 复数

§ 1 复数的概念及其几何意义	098
1.1 复数的概念	098
1.2 复数的几何意义	100
§ 2 复数的四则运算	102
2.1 复数的加法与减法	102
2.2 复数的乘法与除法	104

* 2.3 复数乘法几何意义初探	104
❖ 阶段滚动练（七）[范围：§ 1~ § 2]	106
* § 3 复数的三角表示	108
3.1 复数的三角表示式	108
3.2 复数乘除运算的几何意义	108
❖ 热点题型探究（四）	110
• 题型 1 复数的有关概念 / 110	
• 题型 2 复数的几何意义 / 110	
• 题型 3 复数的四则运算 / 111	

06

第六章 立体几何初步

§ 1 基本立体图形	112
1.1 构成空间几何体的基本元素	112
1.2 简单多面体——棱柱、棱锥和棱台	112
1.3 简单旋转体——球、圆柱、圆锥和圆台	114
§ 2 直观图	116
§ 3 空间点、直线、平面之间的位置关系	118
3.1 空间图形基本位置关系的认识	118
3.2 刻画空间点、线、面位置关系的公理	118
第 1 课时 刻画空间点、线、面位置关系的公理（1） / 118	
第 2 课时 刻画空间点、线、面位置关系的公理（2） / 120	
§ 4 平行关系	122
4.1 直线与平面平行	122
4.2 平面与平面平行	124
§ 5 垂直关系	126
5.1 直线与平面垂直	126
5.2 平面与平面垂直	128
❖ 阶段滚动练（八）[范围：§ 4~ § 5]	130
§ 6 简单几何体的再认识	132
6.1 柱、锥、台的侧面展开与面积	132
6.2 柱、锥、台的体积	134
6.3 球的表面积和体积	137
❖ 热点题型探究（五）	139
• 题型 1 空间几何体表面积与体积的计算 / 139	
• 题型 2 空间几何体与球的“切”“接”问题 / 139	
• 题型 3 判断空间线面位置关系 / 140	
• 题型 4 空间中平行与垂直的判定、性质及应用 / 141	
• 题型 5 空间角的求法 / 142	
• 题型 6 平面图形的翻折问题 / 143	
• 题型 7 立体几何与数学文化 / 144	
• 题型 8 立体几何中的探索性问题 / 145	

■ 参考答案	147
--------------	-----

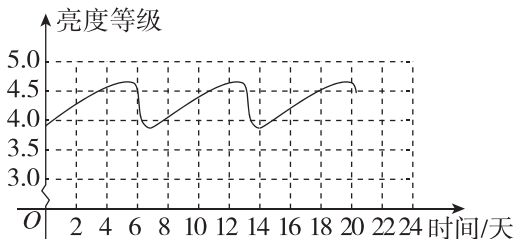
◆ 素养测评卷 ◆

单元素养测评卷（一）	卷 1	单元素养测评卷（五）A	卷 15
单元素养测评卷（二）	卷 3	单元素养测评卷（五）B	卷 17
阶段素养测评卷（一）	卷 5	模块素养测评卷（一）	卷 19
单元素养测评卷（三）	卷 7	模块素养测评卷（二）	卷 21
阶段素养测评卷（二）	卷 9	模块素养测评卷（三）	卷 23
单元素养测评卷（四）	卷 11		
阶段素养测评卷（三）	卷 13	参考答案	卷 25

§1 周期变化

基础夯实篇

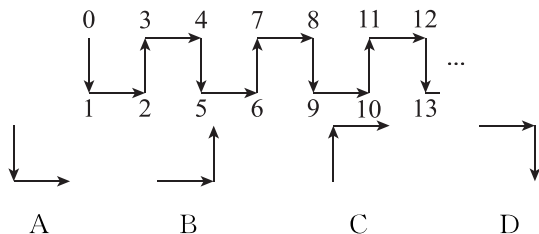
- 下列现象是周期现象的是 ()
①日出日落;②潮汐;③海啸;④地震
A. ①② B. ①②③
C. ①②④ D. ③④
- 如果今天是星期三,那么 $7k-6, k \in \mathbf{N}^*$ 天后的那一天是 ()
A. 星期三 B. 星期四
C. 星期五 D. 星期六
- 钟表分针的运动是一个周期现象,其周期为 60 分钟,现在分针恰好指向 2,则经过 100 分钟后分针指向 ()
A. 8 B. 10
C. 11 D. 12
- 天上有些恒星的亮度是会变化的,其中一种称为造父变星的恒星,它的体积会膨胀收缩,进而造成亮度的周期性变化.如图为一造父变星的亮度随时间的周期变化图,由此可知此造父变星亮度变化的周期是 ()



- 某十字路口处红绿灯亮灭的情况如下:65 秒亮绿灯;5 秒亮黄灯;70 秒亮红灯;65 秒亮绿灯;5 秒亮黄灯;70 秒亮红灯……某人开始亮绿灯时,过路口,经过 10 分钟又到此路口,则此时应该亮_____灯.
- 已知奇函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的函数,且 $f(1)=2$, $f(x+3)=f(x)$,那么 $f(8)=$ _____.

素养提能篇

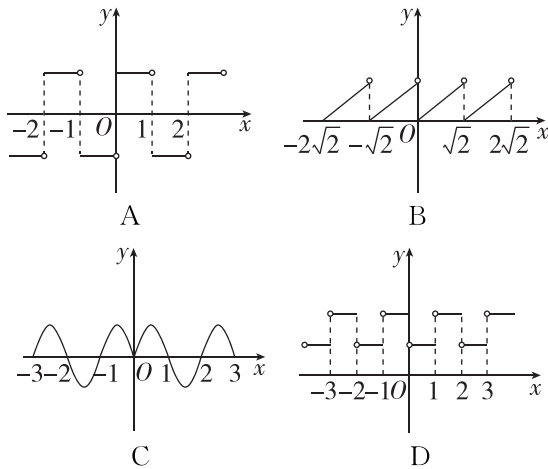
- 探索如图所呈现的规律,判断 2024 至 2026 箭头的方向是 ()



- [2024·江西宜春高一期中] 四个小动物换座位,开始时猴、兔、猫、鼠分别坐在①,②,③,④号位置上(如图),第 1 次上下排动物互换位置,第 2 次左右列互换位置……这样交替进行下去,那么第 2026 次互换座位后,小兔的位置对应的是 ()

①猴	②兔	①猫	②鼠	①鼠	②猫	①兔	②猴
③猫	④鼠	③猴	④兔	③兔	④猴	③鼠	④猫
开始	第1次	第2次	第3次				

- 编号① B. 编号②
C. 编号③ D. 编号④
- “干支纪年法”是中国历法上自古以来使用的纪年方法,甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸被称为“十天干”,子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥被称为“十二地支”.“天干”以“甲”字开始,“地支”以“子”字开始,两者按干支顺序相配,组成了干支纪年法,其相配顺序为:甲子、乙丑、丙寅、…、癸酉、甲戌、乙亥、丙子、…、癸未、甲申、乙酉、丙戌、…、癸巳、…、共得到 60 个组合,周而复始,循环记录.已知 2010 年是“干支纪年法”中的庚寅年,那么 2030 年是“干支纪年法”中的 ()
A. 己亥年 B. 戊戌年
C. 庚戌年 D. 辛丑年
- (多选题)下列图象所表示的函数中具有周期性的是 ()



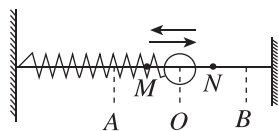
思维训练篇

11. (多选题) [2023·湖南衡阳高一期末] 奇函数 $f(x) (x \in \mathbf{R})$ 满足 $f(x) = f(1-x)$, 则下列选项正确的是 ()

A. $f(x)$ 的一个周期为 2
 B. $f(100.4) < f(2.6)$
 C. $f\left(2x - \frac{1}{2}\right)$ 为偶函数
 D. $f(2x-4)$ 为奇函数

12. 定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数 $f(x)$ 为周期函数, 其周期为 8, 当 $x \in [-4, 0]$ 时, $f(x) = x + 1$, 则 $f(25) =$ _____.

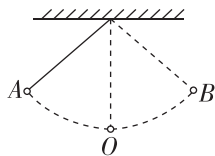
13. 如图所示的弹簧振子在 A, B 之间做简谐运动, O 为平衡位置, 振子从 A 向右运动时, 先后以相同的速度通过 M, N 两点, 经历的时间为 $t_1 = 1$ s, 过 N 点后, 再经过 $t_2 = 1$ s 第一次反向通过 N 点, 则振子的振动周期 $T =$ _____ s.



14. 讨论函数 $y = \frac{\ln e + (-1)^n}{2}, n \in \mathbf{N}$ 是否为周期函数, 如果是, 请指出它的周期.

15. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且满足对于任意的 $x \in \mathbf{R}, f(x+2) = f(x)$ 恒成立, 当 $x \in (-1, 0)$ 时, $f(x) = 2^x$, 求当 $x \in (2, 3)$ 时, $f(x)$ 的表达式.

16. 如图, 设钟摆每经过 1.8 秒回到原来的位置, 在图中钟摆达到最高位置 A 点时开始计时, 则经过 1 分钟, 钟摆的大致位置是 ()



- A. 在点 A 处
 B. 在点 B 处
 C. 在 O, A 之间
 D. 在 O, B 之间
17. [2023·河北廊坊高一期末] 已知奇函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+6) + f(x) = 2f(3)$, 则 $f(2034) =$ _____.
18. 水车上装有 16 个盛水槽, 每个盛水槽最多盛水 10 升, 假设水车 5 分钟转一圈, 计算经过 1 小时最多盛水多少升?

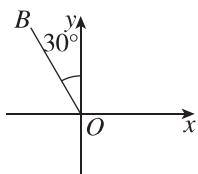
§2 任意角

2.1 角的概念推广

2.2 象限角及其表示

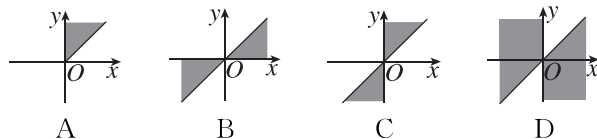
基础夯实篇

- [2024·江苏常州期末] 已知角 $\alpha = 583^\circ$, 那么 α 的终边在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 若 $\alpha = 45^\circ + k \cdot 180^\circ (k \in \mathbf{Z})$, 则 α 的终边在 ()
A. 第二或第三象限
B. 第一或第三象限
C. 第二或第四象限
D. 第三或第四象限
- [2023·山东济宁高一期末] 与 2023° 角终边相同的角可能是 ()
A. -487° B. -143°
C. 143° D. 223°
- 小明从家步行到学校, 一般需要 10 分钟, 则 10 分钟时间钟表的分针走过的角是 ()
A. 30° B. -30°
C. 60° D. -60°
- [2024·江苏盐城期末] 若角 α 的终边与角 θ 的终边关于 x 轴对称, 则 $\alpha + \theta$ 的终边落在 ()
A. x 轴的非负半轴上
B. 第一象限
C. y 轴的非负半轴上
D. 第三象限
- 如图所示, 角 α 的顶点为坐标原点 O , 始边为 x 轴的非负半轴, 终边为 OB , 则角 α 的集合为 _____.



素养提能篇

- 所有与 405° 角终边相同的角的集合是 ()
A. $\{\beta | \beta = -45^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
B. $\{\beta | \beta = -405^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
C. $\{\beta | \beta = 45^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
D. $\{\beta | \beta = 45^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
- 集合 $\{\alpha | 45^\circ + k \cdot 180^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ 中表示的角 α 的终边所在的范围(阴影部分)是 ()



- (多选题)[2023·广西河池高一期中] 下列说法错误的是 ()
A. 第二象限角都是钝角
B. 小于 90° 的角是锐角
C. 330° 角是第四象限角
D. 如果角 α 的终边在第一象限, 那么角 $\frac{\alpha}{3}$ 的终边在第二象限
- 设集合 $A = \{\alpha | \alpha = 45^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\} \cup \{\alpha | \alpha = 135^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, 集合 $B = \{\beta | \beta = 45^\circ + k \cdot 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 ()
A. $A \cap B = \emptyset$ B. $A \subsetneq B$
C. $B \subsetneq A$ D. $A = B$
- 与 -496° 角终边相同的角中, 最小的正角为 _____, 最大的负角为 _____.
- 若角 α 和 β 的终边关于直线 $x + y = 0$ 对称, 且 $\alpha = -30^\circ$, 则角 β 的集合是 _____.
- 已知 α, β 都是锐角, 且 $\alpha + \beta$ 的终边与 -280° 角的终边相同, $\alpha - \beta$ 的终边与 670° 角的终边相同, 则 $\alpha =$ _____, $\beta =$ _____.

14. [2023·江西赣州期中] 已知 $\alpha = -1910^\circ$.

(1) 把 α 写成 $\beta + k \cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbf{Z}, 0^\circ \leq \beta < 360^\circ$) 的形式, 并指出它是第几象限角;

(2) 求 θ , 使 θ 与 α 的终边相同, 且 $-720^\circ \leq \theta < 0^\circ$.

15. 写出满足下列条件的角 α 与 β 的关系.

(1) 角 α 与 β 的终边互相垂直;

(2) 角 α 与 β 的终边互为反向延长线;

(3) 角 α 与 β 的终边关于 y 轴对称.

16. (多选题) 如果角 α 与角 $\gamma + 60^\circ$ 的终边相同, 角 β 与角 $\gamma - 60^\circ$ 的终边相同, 那么 $\alpha - \beta$ 的值可能为 ()

A. 120° B. 360° C. 1200° D. 3600°

17. 设 $A = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 360^\circ + 45^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 360^\circ + 225^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, $D = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 360^\circ - 135^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, $E = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 360^\circ + 45^\circ \text{ 或 } \alpha = k \cdot 360^\circ + 225^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, 则两组相等的集合为_____.

18. 一只红蚂蚁与一只黑蚂蚁在一个单位圆(半径为 1 的圆)的圆周上爬动, 已知两只蚂蚁同时从点 $A(1, 0)$ 逆时针匀速爬动, 且红蚂蚁每秒爬过 α 角, 黑蚂蚁每秒爬过 β 角(其中 $0^\circ < \alpha < \beta < 180^\circ$), 若两只蚂蚁都在第 14 秒时回到 A 点, 并且在第 2 秒时均位于第二象限, 求 α, β 的值.

§3 弧度制

3.1 弧度概念

3.2 弧度与角度的换算

基础夯实篇

- 36°化为弧度制为 ()
A. $\frac{\pi}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. 5 D. 5π
- 若角 $\alpha = 3 \text{ rad}$, 则角 α 是 ()
A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角
- 与 30°角终边相同的角的集合是 ()
A. $\{\alpha \mid \alpha = k \cdot 360^\circ + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}\}$
B. $\{\alpha \mid \alpha = 2k\pi + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
C. $\{\alpha \mid \alpha = 2k \cdot 360^\circ + 30^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
D. $\{\alpha \mid \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}\}$
- 某场考试需要 2 小时, 则在本场考试中, 钟表的时针转过的弧度数为 ()
A. $\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $-\frac{\pi}{6}$
- 在单位圆中, 200°的圆心角所对的弧长 $l =$ ()
A. $\frac{9\pi}{10}$ B. $\frac{10\pi}{9}$ C. 9π D. 10π
- [2024 · 江西萍乡期末] 已知角 α 的终边与 $\frac{\pi}{3}$ 的终边相同, 则在 $[0, 2\pi)$ 内, 终边与 $\frac{\alpha}{3}$ 的终边相同的角为 _____.

素养提能篇

- 若扇形的半径变为原来的 2 倍, 且弧长也变为原来的 2 倍, 则 ()
A. 扇形的圆心角大小不变
B. 扇形的圆心角变为原来的 2 倍
C. 扇形的圆心角变为原来的 4 倍
D. 扇形的圆心角变为原来的 $\frac{1}{2}$
- 已知扇形的周长是 6 cm, 面积是 2 cm^2 , 则扇形的圆心角的弧度数是 ()
A. 1 B. 4 C. 1 或 4 D. 2 或 4

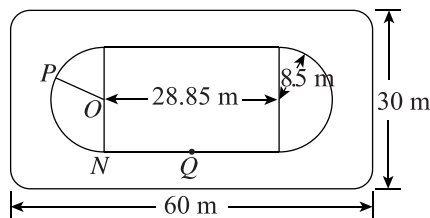
- (多选题) 下列结论正确的是 ()

- 112°30' 化成弧度是 $\frac{5\pi}{8} \text{ rad}$
- $-\frac{10\pi}{3} \text{ rad}$ 化成度是 -600°
- -150° 化成弧度是 $-\frac{7\pi}{6} \text{ rad}$
- $\frac{\pi}{12} \text{ rad}$ 化成度是 15°

- (多选题) [2024 · 山西长治高一期末] 下列说法正确的是 ()

- $-\pi \text{ rad} = -180^\circ$
- 第一象限角都是锐角
- 在半径为 2 的圆中, $\frac{\pi}{6}$ 弧度的圆心角所对的弧长为 $\frac{\pi}{3}$
- 终边在直线 $y = -x$ 上的角的集合是 $\{\alpha \mid \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$

- 某短道速滑比赛场地的内圈的弯道(半圆)半径为 8.5 m, 直道长为 28.85 m, 点 O 为弯道的圆心, 点 N 为弯道与直道的连接点, 如图, 运动员沿滑道逆时针滑行, 在某次短道速滑比赛最后一圈的冲刺中, 运动员小夏在弯道上的 P 点处成功超过所有对手, 并领先到终点 Q (终点 Q 为直道的中点). 若从 P 点滑行到 Q 点的距离为 31.425 m, 则 $\angle PON =$ ()



- $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. 2 D. $\frac{2\pi}{3}$

- [2023 · 山东东营期中] 若扇形的周长为 4, 则扇形面积的最大值是 _____.

思维训练篇

13. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著,其中有这样一个问题:“今有宛田,下周三十步,径十六步.问为田几何?”其意思为:“现有一块扇形田,弧长为 30 步,其所在圆的直径为 16 步,问这块田的面积是多少?”该问题的答案为 _____ 平方步.

14. 已知角 $\alpha = -920^\circ$.

(1) 把角 α 写成 $2k\pi + \beta$ ($0 \leq \beta < 2\pi, k \in \mathbf{Z}$) 的形式,并确定角 α 的终边所在的象限;

(2) 若角 γ 与角 α 的终边相同,且 $\gamma \in (-4\pi, -3\pi)$,求角 γ 的弧度数.

15. 已知半径小于 π 的扇形 OAB 的周长是 $6 + 2\pi$,面积是 3π .

(1) 求该扇形的圆心角的弧度数;

(2) 求该扇形中所含弓形的面积(注:弓形是指由弦及其所对的弧组成的图形).

16. 若某扇形的周长为 20,当其面积最大时,其内切圆的半径 r 为 ()

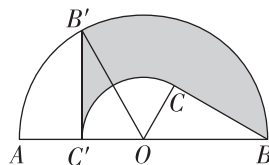
A. $5 - \frac{1}{\sin 1}$

B. $\frac{1}{\sin 1} + \frac{3}{2}$

C. $\frac{5 \sin 1}{1 + \sin 1}$

D. $5 + \frac{5}{1 + \sin 1}$

17. 如图, C 为半圆内一点, O 为圆心, 直径 $AB = 2$, $\angle BOC = \frac{\pi}{3}$, $\angle BCO = \frac{\pi}{2}$, 将 $\triangle BOC$ 绕圆心 O 按逆时针方向旋转至 $\triangle B'OC'$, 点 C' 在 OA 上, 则边 BC 扫过区域(图中阴影部分)的面积为 _____.



18. 已知一个扇形的圆心角为 α ($\alpha > 0$), 周长为 C , 面积为 S , 所在圆的半径为 r .

(1) 若 $\alpha = 35^\circ$, $r = 8$, 求扇形的弧长;

(2) 若 $C = 16$, 求 S 的最大值及此时扇形的半径和圆心角.



§4 正弦函数和余弦函数的概念及其性质

4.1 单位圆与任意角的正弦函数、余弦函数定义

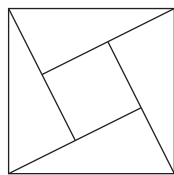
基础夯实篇

1. [2024·杭州高级中学高一期末] 若点 $P(-4, 3)$ 在角 α 的终边上, 则 $\sin \alpha =$ ()
A. 3 B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{4}$
2. 已知角 α 的终边经过点 $(-3, m)$, 若 $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{3}$, 则 $\sin \alpha =$ ()
A. $-\frac{2\sqrt{13}}{13}$ B. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$
C. $-\frac{3\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$
3. [2023·湖南岳阳期末] 已知角 α 的顶点与平面直角坐标系 xOy 的原点重合, 始边在 x 轴的非负半轴上, 终边与单位圆相交于点 $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 则 $\sin \alpha \cos \alpha =$ ()
A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. 已知角 θ 的终边经过点 $P(-\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$, 则角 θ 可以为 ()
A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $-\frac{11\pi}{6}$ C. $-\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{3}$
5. 平面直角坐标系 xOy 中, 若角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 其终边上一点 P 绕原点顺时针旋转 $\frac{\pi}{6}$ 后到达点 $Q(3, 4)$, 则 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) =$ ()
A. $-\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
6. 已知角 θ 的终边经过点 $P(-3, 4)$, 那么 $2\sin \theta - \cos \theta =$ _____.

素养提能篇

7. 已知角 α 的顶点与原点重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 若 α 的终边与圆心在原点的单位圆交于 $A(\frac{4}{5}, m)$, 且 α 为第四象限角, 则 $\sin \alpha =$ ()
A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

8. [2024·江苏常州高一期末] 赵爽是我国古代数学家、天文学家, 他在注解《周髀算经》一书时介绍了“勾股圆方图”, 亦称“赵爽弦图”, 它是由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的大正方形. 如图是一张弦图, 已知大正方形的面积为 100, 小正方形的面积为 20, 若直角三角形中较小的锐角为 α , 则 $\sin \alpha \cos \alpha$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
9. 点 P 从 $(1, 0)$ 出发, 沿单位圆按逆时针方向运动到达点 Q , 若 $\widehat{PQ}$ 的长为 $\frac{2}{3}\pi$, 则点 Q 的坐标为 ()
A. $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ B. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$
C. $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ D. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
10. (多选题) [2023·贵州遵义期末] 下列说法正确的是 ()
A. 若 $\sin \alpha = \sin \beta$, 则 α 与 β 是终边相同的角
B. 若角 α 的终边过点 $P(3k, 4k) (k \neq 0)$, 则 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$
C. 若扇形的周长为 3, 半径为 1, 则其圆心角的大小为 1 弧度
D. 若 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$, 则角 α 的终边在第一象限或第三象限
11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知角 α 的顶点与原点重合, 始边与 x 轴的正半轴重合, 终边经过点 $(-2, y_0)$, 若 $\alpha = \frac{2\pi}{3}$, 则 y_0 的值为 ()
A. $-2\sqrt{3}$ B. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

思维训练篇

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 的终边上有一点 $P(-1, \sqrt{3})$, 则与角 α 终边相同的角的集合为_____.
13. [2023 · 江西奉新一中月考] 已知角 α 的终边上一点的坐标为 $(\sin \frac{2\pi}{3}, \cos \frac{2\pi}{3})$, 则角 α 的最小正值为_____.
14. 已知角 α 的终边经过点 $P(-\sqrt{3}, m)$, 且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}m}{4}$, 求 $\cos \alpha$ 的值.
15. 已知角 θ 的终边经过点 $P(3a, -4a) (a \neq 0)$, 求 $\sin \theta + 2\cos \theta$ 的值.
16. 已知角 θ 的顶点与坐标原点重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边在直线 $y = -2x (x \neq 0)$ 上, 则 $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta =$ ()
A. $-\frac{3}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$
17. 已知函数 $f(x) = \log_a(x-1) - 1 (a > 0, a \neq 1)$ 的图象恒过点 A , 若点 A 在角 α 的终边上, 则 $\sin \alpha =$ _____.
18. 已知角 α 的终边上的点 P 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离之比是 $\frac{1}{2}$, 求 $3\sin \alpha - \cos \alpha$ 的值.

4.2 单位圆与正弦函数、余弦函数的基本性质

基础 夯实篇

- [2024·武汉高一期末] 若 α 是第四象限角, 则点 $P(\sin \alpha, \cos \alpha)$ 在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 函数 $y = \sin x - 1$ 的单调递增区间是 ()
A. $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$
B. $[0, \pi]$
C. $[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$
D. $[2k\pi, \pi + 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$
- 点 $A(\sin 2382^\circ, \cos 2382^\circ)$ 在平面直角坐标系中位于 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知点 $P(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \cos \alpha)$ 在第三象限, 则角 α 的终边在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 在 $[0, 2\pi]$ 上, 使不等式 $\cos x \geq \frac{1}{2}$ 成立的 x 的取值范围为 ()
A. $[0, \frac{\pi}{3}] \cup [\frac{5\pi}{3}, 2\pi]$
B. $[0, \frac{5\pi}{3}]$
C. $[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}]$
D. $[0, \frac{2\pi}{3}] \cup [\frac{4\pi}{3}, 2\pi]$
- [2024·广州高一期末] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x > 0, \\ \cos x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f[f(\pi)] =$ _____.

素养 提能篇

- (多选题) [2023·浙江衢州高一期末] 若 $\sin x \cos x > 0, \sin x + \cos x > 0$, 则 $\frac{x}{2}$ 可以是 ()
A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角
- 设 $0 \leq \alpha < 2\pi$, 如果 $\sin \alpha < 0$ 且 $\cos 2\alpha < 0$, 则 α 的取值范围是 ()
A. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ B. $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
C. $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4} < \alpha < \frac{7\pi}{4}$
- 若对于任意的实数 x , 都有 $2 - \sin x > a$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 1]$
C. $(-1, 1)$ D. $[-1, 1]$
- (多选题) 已知 $x \in \{x \mid x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则函数 $y = \frac{|\sin x|}{\sin x} + \frac{|\cos x|}{\cos x} - \frac{2|\sin x \cos x|}{\sin x \cos x}$ 的值可能是 ()
A. 0 B. -4
C. 4 D. 2
- 下列不等式成立的是 ()
A. $\sin \frac{5\pi}{6} > \sin \frac{2\pi}{3}$
B. $\cos \frac{5\pi}{6} > \cos \frac{2\pi}{3}$
C. $\sin(-\frac{5\pi}{6}) > \sin(-\frac{2\pi}{3})$
D. $\cos(-\frac{5\pi}{6}) > \cos(-\frac{2\pi}{3})$
- 若 $\sin \alpha < 0$ 且 $\tan \alpha < 0$, 则角 α 是第 _____ 象限角.
- 不等式 $\cos x > \frac{1}{2}$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的解集为 _____.

14. 已知函数 $y = -3\sin x + 1$.

(1) 求该函数的定义域、值域、最小正周期、单调区间;

(2) 求该函数在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上的最值.

15. (1) 求满足不等式 $2\cos x + 1 \leq 0$ 的 x 的集合;

(2) 求函数 $y = \sqrt{1 - 2\sin x}$ 的定义域.

16. [2023 · 上海进才中学月考] 若实数 x 和 y 满足 $|\cos x - \cos y| = |\cos x| + |\cos y|$ 且 $y \in$

$\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$, 则 $\sqrt{(\cos x - \cos y)^2} =$ ()

A. $\cos x - \cos y$ B. $\cos y - \cos x$

C. $\cos x + \cos y$ D. $|\cos x| - |\cos y|$

17. [2023 · 江西靖安中学月考] 已知 θ 为第二象限角, 则 $\sin(\cos \theta) \cdot \cos(\sin \theta)$ _____ 0. (填“>”“<”或“=”)

18. 已知角 α 的终边上有一点 $P(\sqrt{3}, a+1)$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $\alpha = 60^\circ$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $\sin \alpha < 0$, 求实数 a 的取值范围.

4.3 诱导公式与对称

基础夯实篇

- [2024·浙江嘉兴高一期末] 已知 $\sin(\pi+\alpha)=\frac{3}{5}$, 则 $\sin \alpha=$ ()
A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$
- $\sin(-210^\circ)$ 的值为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 若点 P 的坐标为 $(\sin 2381^\circ \cdot \cos 2381^\circ, \cos 2381^\circ - \sin 2381^\circ)$, 则点 P 在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知 $f(x)=\begin{cases} \sin \frac{\pi}{3}x, & x \leq 2015, \\ f(x-4), & x > 2015, \end{cases}$ 则 $f(2020)=$ ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (多选题) 如果 $\alpha+\beta=180^\circ$, 那么下列等式中不恒成立的是 ()
A. $\cos \alpha = \cos \beta$ B. $\cos \alpha = -\cos \beta$
C. $\sin \alpha = -\sin \beta$ D. $\sin \alpha = \cos \beta$
- [2024·南昌高一期末] 若 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin(\alpha + \frac{5\pi}{6}) =$ _____.

素养提能篇

- $\cos(-\frac{17\pi}{4}) - \sin(-\frac{17\pi}{4})$ 的值是 ()
A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$
C. 0 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

- 若 $k \in \mathbf{Z}$, 则 $\frac{\sin(k\pi-\alpha) \cdot \cos[(k-1)\pi-\alpha]}{\sin[(k+1)\pi+\alpha] \cdot \cos(k\pi+\alpha)} =$ ()
A. 1
B. -1
C. ± 1
D. 随 k 的变化而变化
- (多选题) [2024·山东济宁期末] 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $P(5a, -12a)$, $a \neq 0$, 则 $2\cos(-\alpha) + \sin(\pi+\alpha)$ 的值可以为 ()
A. $-\frac{2}{13}$ B. $-\frac{22}{13}$
C. $\frac{2}{13}$ D. $\frac{22}{13}$
- 若角 α 的终边与角 $\frac{5\pi}{3} - \alpha$ 的终边重合, 则 $\cos 2\alpha =$ ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
- (多选题) 已知 $n \in \mathbf{Z}$, 则下列三角函数值中, 与 $\sin \frac{\pi}{3}$ 的值相等的是 ()
A. $\sin(n\pi + \frac{4}{3}\pi)$
B. $\cos(2n\pi + \frac{\pi}{6})$
C. $\sin(2n\pi + \frac{\pi}{3})$
D. $\cos[(2n+1)\pi - \frac{\pi}{6}]$
- 若 $\sin(\pi+\alpha) = \frac{3}{5}$, α 是第四象限角, 则 $\cos(\alpha - 2\pi) =$ _____.
- [2023·甘肃天水二中高一月考] 已知 $f(x) = a\sin(\pi x + \alpha) + b\cos(\pi x + \beta) - 1$, 其中 a, b, α, β 为常数. 若 $f(2024) = 1$, 则 $f(1) =$ _____.

14. (1) 化简: $\frac{\cos(2023\pi+\alpha) \cdot \sin(2024\pi+\alpha)}{\sin(-2023\pi+\alpha) \cdot \cos(2024\pi-\alpha)}$;

(2) 计算: $\sin 420^\circ \cos 330^\circ + \sin(-690^\circ) \cdot \cos(-660^\circ)$.

16. 已知 $a = \sin \frac{19\pi}{6}$, $b = \cos \frac{23\pi}{4}$, $c = \sin(-\frac{33\pi}{4})$,

则 a, b, c 的大小关系是 ()

A. $a > b > c$

B. $b > a > c$

C. $b > c > a$

D. $c > a > b$

17. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数, 若当 $x \geq 0$ 时,

$f(x) = \cos 2x - 1$, 则 $f(-\frac{\pi}{4}) + f(\frac{5\pi}{4}) =$

_____.

18. [2023 · 河南信阳中学高一月考] 已知 $f(x) =$

$$\frac{\cos^2(n\pi+x)\sin^2(n\pi-x)}{\cos^2[(2n+1)\pi-x]} (n \in \mathbf{Z}).$$

(1) 化简 $f(x)$ 的表达式;

(2) 求 $f(\frac{2026}{3}\pi)$.

15. [2023 · 江西赣县三中高一月考] 已知角 α 终

边上有一点 $P(-3, m)$, 且 $\sin \alpha = \frac{m}{5}$, $m < 0$.

(1) 求 m 的值, 并求 $\cos \alpha$ 与 $\sin \alpha$ 的值;

(2) 求 $\frac{\cos(\pi+\alpha)\sin(3\pi+\alpha)\sin(-\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)\sin(\pi-\alpha)\cos(2\pi-\alpha)}$ 的值.

4.4 诱导公式与旋转

基础 夯实篇

- 已知 $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 则 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) =$ ()
A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- 若 $\cos(\pi + A) = -\frac{1}{2}$, 则 $\sin(\frac{\pi}{2} + A) =$ ()
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 若 $\sin(180^\circ + \alpha) + \cos(90^\circ + \alpha) = -a$, 则 $\cos(270^\circ - \alpha) + 2\sin(360^\circ - \alpha) =$ ()
A. $-\frac{2a}{3}$ B. $-\frac{3a}{2}$ C. $\frac{2a}{3}$ D. $\frac{3a}{2}$
- 在平面直角坐标系中, 已知角 α 的终边与单位圆交于点 $P(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$, 将角 α 的终边绕原点按顺时针方向旋转 $\frac{\pi}{2}$ 后与角 β 的终边重合, 则角 β 的终边与单位圆的交点的坐标为 ()
A. $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ B. $(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$
C. $(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ D. $(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$
- 已知角 α 的终边经过点 $P(7, 1)$, 则 $\cos(\pi + \alpha) + \sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) =$ ()
A. $\frac{7\sqrt{2}}{5}$ B. $-\frac{7\sqrt{2}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{5}$

6. 化简 $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) + \cos(\frac{3}{2}\pi - \alpha)}{\sin(\pi + \alpha) + \cos(-\alpha)} =$ _____.

素养 提能篇

- [2024 · 河北承德高一期末] 若 $\alpha \in [0, \pi]$, 则“ $\alpha = \frac{\pi}{9}$ ”是“ $\sin 2\alpha = \cos(\alpha + \frac{\pi}{6})$ ”的 ()
A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

- [2024 · 江苏镇江高一期末] 已知 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) = -\frac{5}{13}, \alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\cos(\frac{\pi}{6} - \alpha)$ 的值为 ()
A. $-\frac{12}{13}$ B. $-\frac{5}{12}$
C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$
- 若角 α 是第二象限角, 角 β 的终边经过点 $(\cos(\pi + \alpha), \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha))$, 则角 β 是 ()
A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角
- $\frac{\cos(\pi + \alpha)\sin(2\pi + \alpha)\cos(-\frac{3\pi}{2} - \alpha)}{\sin(-\pi - \alpha)\cos(-\pi - \alpha)\sin(2\pi - \alpha)} =$ ()
A. 1 B. -1
C. $\tan \alpha$ D. $-\tan \alpha$
- (多选题) [2023 · 广东佛山高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中, 下列等式恒成立的是 ()
A. $\sin(A + B) - \sin C = 0$
B. $\cos(B + C) - \cos A = 0$
C. $\frac{\sin \frac{A+B}{2}}{\cos \frac{C}{2}} = 1$
D. $\frac{\cos \frac{B+C}{2}}{\cos \frac{A}{2}} = 1$
- (多选题) 已知 $f(x) = \sin x + \cos x$, 则下列结论中不正确的是 ()
A. $f(x + \pi) = \sin x + \cos x$
B. $f(\pi - x) = \sin x + \cos x$
C. $f(x + \frac{\pi}{2}) = \sin x + \cos x$
D. $f(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x + \cos x$
- 已知 $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin(\frac{5\pi}{6} - x) + 2\cos^2(x - \frac{\pi}{3})$ 的值是 _____.

14. (1) 化简: $\frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)} +$

$$\frac{\sin(\pi - \alpha) \cdot \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}{\sin(2\pi - \alpha)};$$

(2) 已知 A, B, C 为 $\triangle ABC$ 的三个内角, 求证:

$$\sin\left(\frac{A}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{B+C}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$$

15. [2023 · 北京顺义区高一期末] 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 的顶点与原点重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边与单位圆交于第一象限内的点 $P\left(\frac{4}{5}, y_1\right)$.

(1) 求 y_1 的值;

(2) 将角 α 的终边绕坐标原点 O 按逆时针方向旋转角 β 后与单位圆交于点 $Q(x_2, y_2)$, 再从条件①、条件②、条件③中选择一个作为已知, 求

$\frac{y_2}{x_2}$ 的值.

$$\textcircled{1} \beta = \frac{\pi}{2}; \textcircled{2} \beta = \pi; \textcircled{3} \beta = \frac{3\pi}{2}.$$

注: 如果选择多个条件分别解答, 则按第一个解答计分.

16. (多选题) [2023 · 江西赣州高一期中] 质点 P 和 Q 在以坐标原点 O 为圆心, 1 为半径的 $\odot O$ 上做匀速圆周运动, 且它们同时出发. P 沿逆时针方向运动, 角速度大小为 1 rad/s , 起点为 $\odot O$ 与 y 轴正半轴的交点; Q 沿顺时针方向运动, 角速度大小为 2 rad/s , 起点为射线 $y = x (x \geq 0)$ 与 $\odot O$ 的交点. 当 Q 与 P 重合时, Q 的坐标可以为 ()

A. $\left(\cos \frac{11\pi}{12}, -\sin \frac{11\pi}{12}\right)$

B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

D. $\left(\cos \frac{5\pi}{12}, \sin \frac{5\pi}{12}\right)$

17. 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos\left(\frac{5\pi}{6} + \theta\right) + 2\sin\left(\frac{5\pi}{3} - \theta\right)$ 的值为_____.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\sin \frac{A+B-C}{2} = \sin \frac{A-B+C}{2}$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

§5 正弦函数、余弦函数的图象与性质再认识

5.1 正弦函数的图象与性质再认识

基础夯实篇

1. 对于正弦函数 $y = \sin x$ 的图象,有以下三项描述:

- ①向左向右无限伸展;
②关于原点对称;
③位于两条平行线 $y=1$ 与 $y=-1$ 之间.

其中正确的有 ()

- A. 0 项 B. 1 项
C. 2 项 D. 3 项

2. 函数 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图象与直线 $y = -\frac{2}{3}$ 的交点的个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

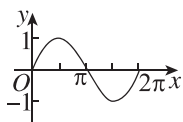
3. 若 $a = \sin \frac{3\pi}{5}, b = \sin \frac{4\pi}{5}, c = \sin \frac{9\pi}{10}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $c > b > a$
C. $b > c > a$ D. $a > c > b$

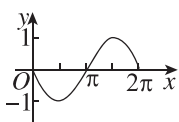
4. 用“五点(画图)法”作函数 $y = 3\sin x + 2$ 的图象时,首先应描出的五个点的横坐标可以是 ()

- A. $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$ B. $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$
C. $0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$ D. $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}$

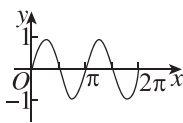
5. 函数 $y = \sin(-x), x \in [0, 2\pi]$ 的大致图象是 ()



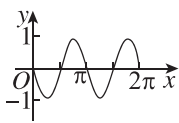
A



B



C



D

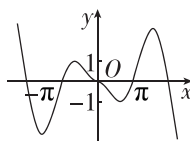
6. [2023·江西抚州高一期末] 函数 $f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2\sin x - 1}}$ 的定义域为_____.

素养提能篇

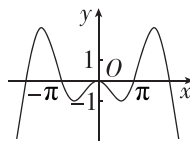
7. 设函数 $f(x) = \sin|x|$, 则 $f(x)$ ()

- A. 在区间 $[\frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}]$ 上单调递减
B. 是周期为 2π 的周期函数
C. 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ 上单调递增
D. 图象的对称中心为 $(k\pi, 0), k \in \mathbb{Z}$

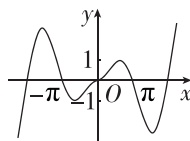
8. [2024·四川南充高一期末] 函数 $f(x) = x \cdot \sin x$ 的部分图象大致是 ()



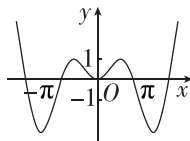
A



B



C



D

9. (多选题)下列不等式中成立的有 ()

- A. $\sin \frac{3\pi}{4} > \sin \frac{2\pi}{3}$
B. $\sin(-\frac{\pi}{3}) < \sin(-\frac{\pi}{4})$
C. $\sin \frac{11\pi}{7} < \sin(-\frac{\pi}{6})$
D. $\cos(-\frac{\pi}{5}) > \sin \frac{\pi}{3}$

10. (多选题)若 $f(x) = \sin x - \frac{1-a}{2}$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \pi]$ 上只有一个零点, 则 a 的可能取值是 ()

- A. -1 B. 1
C. $\frac{1}{2}$ D. 0

11. 在 $[-\pi, \pi]$ 上, 满足 $\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 的 x 的取值范围是_____.

12. 方程 $\lg x = \sin x$ 的实根的个数为_____.

13. [2023·江苏镇江高一期末] 已知函数 $f(x) = a \sin x + 2 > 0$ 对任意实数 x 恒成立, 则实数 a 的取值范围为_____.

思维训练篇

14. 作出函数 $y = -\sin x, x \in [-\pi, \pi]$ 的简图, 并回答下列问题.

(1) 观察函数图象, 写出满足下列条件的 x 的取值区间:

① $-\sin x < 0$; ② $-\sin x > 0$.

(2) 直线 $y = \frac{1}{2}$ 与 $y = -\sin x, x \in [-\pi, \pi]$ 的图象有几个交点?

15. 已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} |\sin x|$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域和值域;

(2) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;

(3) 判断函数 $f(x)$ 是否为周期函数;

(4) 写出函数 $f(x)$ 的单调区间.

16. [2023 · 湖南师大附中月考] 已知函数 $f(x) = \sin x$, 若存在 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 满足 $0 \leq x_1 < x_2 < \dots < x_m \leq 4\pi$, 且 $|f(x_1) - f(x_2)| + |f(x_2) - f(x_3)| + \dots + |f(x_{m-1}) - f(x_m)| = 8 (m \geq 2, m \in \mathbf{N}^*)$, 则 m 的最小值为 ()

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

17. [2024 · 山东青岛高一期末] 设函数 $f(x) = \sin x + \sqrt{3}$, 若 $f(x_1)f(x_2) = 2[f(x_1) - f(x_2) - 1]$, 则 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 _____.

18. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + (2-m)\sin x - m$.

(1) 当 $m = \frac{3}{2}$ 时, 求方程 $f(x) = 0$ 的解集;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = 0$ 在区间 $[\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}]$ 上有实数解, 求实数 m 的取值范围.

